**КАЗАХСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. аль-Фараби**

**Механико-математический факультет**

**Образовательная программа по специальности «050601 - Математика»**

|  |  |
| --- | --- |
|  | Утверждено на заседании Ученого совета \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ факультета  Протокол №\_\_\_\_от « \_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_\_ 2014 г.  Декан факультета \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ Қыдырбекұлы А.Б. |

**СИЛЛАБУС**

**Методы Монте – Карло и приложение**

**3 курс, р/о, осенний семестр**

**Шакенов Канат Кожахметович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор**

Телефоны (рабочий, домашний, мобильный): 3857478, 2579572, +77051823129, +77027459281

e-mail: shakenov@kaznu.kz

каб.: 319

**Цель:** Метод Монте – Карло в настоящее время является важным разделом вычислительной математики. Целью преподавания дисциплины является выработка необходимой интуиции для нахождения эффективных путей решения задач вычислительной математики, а также познакомить студентов с принципами, на основе которых осуществляется наиболее рациональная стратегия численного решения задач. Ознакомление студентов с «неклассическими» численными методами решения задач математической физики. Ознакомление с теорией и принципами построения алгоритмов методов Монте – Карло.

**Задачи:** Основной задачей курса является научить студентов умело применять теорию вероятностей и математическую статистику для численного решения задач математической физики. Студенты должны знать основные понятия и идеи методов построения сложных случайных величин, а затем на их основе приобрести навыки решения практических задач, умело использовать те или иные алгоритмы методов Монте – Карло. Численно реализовать на ПЭВМ простейших математических моделей, и уметь анализировать численный результат (осуществить «обратную связь»).

**Пререквизиты, постреквизиты**. Для изучения данной дисциплины необходимо знать следующие предметы, изучаемые на 1, 2 и 3 курсах механико- математических факультетов: 1. Высшая алгебра, 2. Математический анализ, 3. Аналитическая геометрия, 4. Дифференциальные уравнения, 5. Дискретная математика, 6. Информатика, 7. Интегральные уравнения, 8. Функциональный анализ. 9. Теория вероятностей и математическая статистика, 10. Уравнения математической физики и, конечно, хорошее знание школьного курса математики.

**СТРУКТУРА, ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Не**  **деля** | **Дисциплина Методы Монте – Карло и приложение** | | |
| **Название темы** | **Час.** | **Задания на СРС** |
| **1** | **Лекция 1.** Определение метода. Некоторые сведения и факты из теории вероятностей и математической статистики. Общая схема методов Монте – Карло. Неравенство Чебышева.  **Практическое занятие 1.** Моделирование некоторых случайных величин и векторов | **2**  **1** | Вычисление числовых характеристик случайных величин. Рекуррентные формулы для моделирования некоторых случайных величин и векторов. |
| **2** | **Лекция 2.** Моделирование некоторых случайных величин. Общие методы. Специальные методы моделирования неравномерных распределений.  **Практическое занятие 2.** Стандартный метод моделирования дискретной случайной величины. Метод обратной функции и другие методы. | **2**  **1** | Моделирование длины свободного пробега нейтрона. Многомерный изотропный вектор и алгоритмы моделирования. Выбор случайного направления в пространстве. |
| **3** | **Лекция 3.** Методы приближенных вычислений определенных интегралов. Квадратурные формулы и методы Монте – Карло. Метод выделения главной части. Метод существенной выборки. Теоремы. Вычисление дисперсии.  **Практическое занятие 3.** Теорема о наилучшей плотности. Метод существенной выборки. | **2**  **1** | Оценивание определенного интеграла. Составление алгоритма и реализация на ПЭВМ. Оценка дисперсии. |
| **4** | **Лекция 4.** Решение систем линейных алгебраических уравнений. Стохастическая матрица. Однородная цепь Маркова с конечным числом состояний. Асимптотически несмещенные оценки. Решение сопряженной системы.  **Практическое занятие 4.** Алгоритм решения СЛАУ. | **2**  **1** | Реализация алгоритма решения СЛАУ на ПЭВМ. |
| **5** | **Лекция 5.** Процедура метода Монте – Карло для решения разностного аналога задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Случаи для  и  Эффективные алгоритмы.  **Практическое занятие 5.** Алгоритмы решенияразностного аналога задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Случаи для . | **2**  **1** | Реализация алгоритма решенияразностного аналога задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Случаи для на ПЭВМ. |
| **6** | **Лекция 6.** Цепи Маркова и интегральные уравнения. Схема Неймана – Улама и ее обобщение. Класс интегральных уравнений и связанных с ними цепей Маркова.  **Практическое занятие 6.** Построение алгоритма оценки решения интегрального уравнения второго рода. | **2**  **1** | Реализация алгоритма решения интегрального уравнения второго рода на ПЭВМ. |
| **7** | **Лекция 7.** Условия, достаточные для конечности среднего числа состояний  Основная оценка. Несмещенность. Теорема о несмещенности основной оценки.  **Практическое занятие 7.** Другие виды оценок. | **2**  **1** | Формулы условной вероятности и условного математического ожидания. |
| **1** | **РК 1. Контрольная работа 1.** | **2** | **Прием численных результатов.** |
| **8** | **Лекция 8.** Дисперсия основной оценки. Решение сопряженного уравнения. Локальные оценки. Прямое моделирование. Оценка по «поглощениям». Оценка с нулевой дисперсией. Теорема.  **Практическое занятие 8.** Пример решения интегрального уравнения методами Монте – Карло. Моделирование процесса переноса излучения с сильно анизотропным рассеянием. | **2**  **1** | Численный алгоритмпроцесса переноса излучения с сильно анизотропным рассеянием и реализация на ПЭВМ. |
| **9** | **Лекция 9.** Моделирование задач системы массового обслуживания (СМО).  **Практическое занятие 9.** Примеры моделирования задач СМО. | **2**  **1** | Численное моделирования задач СМО на ПЭВМ. |
| **10** | **Лекция 10.** Моделирование задач астрофизики. Комптонизация. Комптоновский эффект. Комптоновское поглощение и рассеяние.  **Практическое занятие 10.** Примеры моделирования задач комптонизации. | **2**  **1** | Численное моделирование задач физики на ПЭВМ. |
| **11** | **Лекция 11.** Процесс «блуждание по сферам». Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона и Гельмгольца. Интегральное представление решения с помощью функции Грина для шара.  **Практическое занятие 11.** Алгоритмы моделирования процесса «блуждания по сферам». | **2**  **1** | Численная реализация алгоритма процесса «блуждания по сферам» на ПЭВМ. |
| **12** | **Лекция 12.** Моделирование цепи Маркова «блуждания по сферам» для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона и Гельмгольца. Нереализуемая несмещенная оценка.  **Практическое занятие 12.** Алгоритмы моделирования оценки решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона и Гельмгольца. | **2**  **1** | Численная реализация алгоритма моделирования оценки решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона и Гельмгольца на ПЭВМ. |
| **13** | **Лекция 13.** Реализуемая смещенная оценка. Оценка правой части интегрального уравнения по одному случайному «узлу».  **Практическое занятие 13.** Алгоритмы моделирования смещенной оценки решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона и Гельмгольца. | **2**  **1** | Численная реализация алгоритма моделирования смещенной оценки решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона и Гельмгольца на ПЭВМ. |
| **14** | **Лекция 14.** Теорема о равномерно ограниченности дисперсии случайной величины . Оценка производных от решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона.  **Практическое занятие 14.** Алгоритмы моделирования оценки производных от решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. | **2**  **1** | Численная реализация алгоритма моделирования оценки производных от решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона на ПЭВМ. |
| **15** | **Лекция 15.** Алгоритм численного моделирования некоторых случайных величин – оценок интегралов входящих в правую часть интегрального уравнения по одному случайному узлу. Оценка производных от решения по параметру.    **Практическое занятие 15.** Алгоритмы моделирования оценки производных от решения задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца по параметру. | **2**  **1** | Численная реализация алгоритма моделирования оценки производных от решения задачи Дирихле для уравнения Гельмгольца по параметру на ПЭВМ. |
| **2** | **РК 2. Контрольная работа 2.** | **2** | **Прием численных результатов.** |

**Ключевые понятия дисциплины в системе знаний и компетенций:** Численные методы Монте – Карло. Теория вероятностей и математическая статистика. Оценка параметров распределения. Моделирование распределений. Числовые характеристики случайных величин. Цепи Маркова. Система массового обслуживания.

**Список литературы**

**Основная**

1. С. М. Ермаков. Метод Монте – Карло и смежные вопросы. Изд. 2 – е, дополн., М., Наука, 1975.
2. С. М. Ермаков, Г.А. Михайлов. Статистическое моделирование. М., Наука, 1982.
3. И.М. Соболь. Численные методы Монте – Карло. М., Наука, 1973.
4. И.М. Соболь. Метод Монте – Карло. Изд. 4 – е, дополн., перераб. М., Наука, 1985.
5. Б.С. Елепов, А.А. Кронберг, Г.А. Михайлов, К.К. Сабельфельд. Решение краевых задач методом Монте – Карло. Новосибирск, Наука, 1980.
6. С.М. Ермаков, В.В. Некруткин, А.С. Сипин. Случайные процессы для решения классических уравнений математической физики. М., Наука, 1984.
7. Г.А. Михайлов. Оптимизация весовых методов Монте – Карло. М., Наука, 1987.
8. К.К. Шакенов. Методы Монте – Карло и их приложение. Методическая разработка. Алматы, 1993.
9. Ш. Смагулов, К.К. Шакенов. Методы Монте – Карло в задачах гидродинамики и фильтрации. Алматы, Казак университетi, 1999.

**Дополнительная**

1. KANBOOK.pdf

2. Christian P. Robert, George Casella. Monte Carlo Statistical Methods. Second Edition. Springer. 2004.

3. Шакенов Қ.Қ. Есептеу математикасы әдістері. Лекциялар курсы. Оқу құралы. «Print S» баспасы. Алматы, 2009 ж. 193 бет.

**Задания и методические рекомендации по СРС / СРСП**.

**Формы контроля знаний и компетенций:**

Контрольные работы: 2 работы в семестре*.*

СРС: *индивидуальные задания с обязательной реализацией на ПЭВМ.*

РК: 2 рубежных контроля.

Промежуточный контроль: экзамен в период экзаменационной сессии.

Рубежный контроль проводится по теоретическим и практическим вопросам, входящим в содержание дисциплины (за 7, 8 недель).

Консультации по дисциплинам модуля можно получить во время офис-часов преподавателя (СРСП).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |

**Форма проведения рубежных контролей (письменно или устно) и промежуточного экзамена - в письменном виде**

**Шкала оценки знаний:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Оценка по буквенной системе | Цифровой эквивалент баллов | %-ное содержание | Оценка по традиционной системе |
| А | 4,0 | 95-100 | Отлично |
| А- | 3,67 | 90-94 |
| В+ | 3,33 | 85-89 | Хорошо |
| В | 3,0 | 80-84 |
| В- | 2,67 | 75-79 |
| С+ | 2,33 | 70-74 | Удовлетворительно |
| С | 2,0 | 65-69 |
| С- | 1,67 | 60-64 |
| D+ | 1,33 | 55-59 |
| D- | 1,0 | 50-54 |
| F | 0 | 0-49 | Неудовлетворительно |
| I  (Incomplete) | - | - | «Дисциплина не завершена»  (*не учитывается при вычислении GPA)* |
| P  (Pass) | **-** | **-** | «Зачтено»  (*не учитывается при вычислении GPA)* |
| NP  (No Рass) | **-** | **-** | «Не зачтено»  (*не учитывается при вычислении GPA)* |
| W  (Withdrawal) | - | - | «Отказ от дисциплины»  (*не учитывается при вычислении GPA)* |
| AW  (Academic Withdrawal) |  |  | Снятие с дисциплины по академическим причинам  (*не учитывается при вычислении GPA)* |
| AU  (Audit) | - | - | «Дисциплина прослушана»  (*не учитывается при вычислении GPA)* |
| Атт. |  | 30-60  50-100 | Аттестован |
| Не атт. |  | 0-29  0-49 | Не аттестован |
| R (Retake) | - | - | Повторное изучение дисциплины |

**Политика академического поведения и этики**

Будьте толерантны, уважайте чужое мнение. Возражения формулируйте в корректной форме. Плагиат и другие формы нечестной работы недопустимы. Недопустимы подсказывание и списывание во время сдачи СРС, промежуточного контроля и экзамена, копирование решенных задач другими лицами, сдача экзамена за другого студента. Студент, уличенный в фальсификации любой информации курса, получит итоговую оценку «F».

***Рассмотрено на заседании кафедры***

***протокол № от « » 2014 г.***

**И.О. зав. кафедрой МКМ Ж.Б. Жакебаев**

**Лектор К.К. Шакенов**